

## CORSO DI ORDINAMENTO

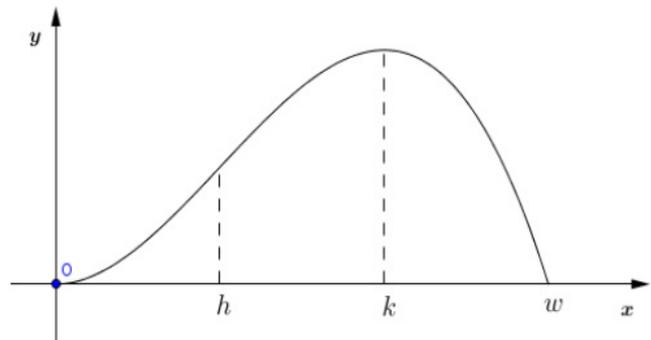
**Indirizzo:** SCIENTIFICO

**Tema di:** MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Nella figura a lato è disegnato il grafico  $\Gamma$  di  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$  con  $f$  funzione definita sull'intervallo  $[0, w]$  e ivi continua e derivabile.  $\Gamma$  è tangente all'asse  $x$  nell'origine  $O$  del sistema di riferimento e presenta un flesso e un massimo rispettivamente per  $x = h$  e  $x = k$ .



- 1) Si determinino  $f(0)$  e  $f(k)$ ; si dica se il grafico della funzione  $f$  presenta punti di massimo o di minimo e se ne tracci il possibile andamento.
- 2) Si supponga, anche nei punti successivi 3 e 4, che  $g(x)$  sia, sull'intervallo considerato, esprimibile come funzione polinomiale di terzo grado. Si provi che, in tal caso, i numeri  $h$  e  $k$  dividono l'intervallo  $[0, w]$  in tre parti uguali.
- 3) Si determini l'espressione di  $g(x)$  nel caso  $w = 3$  e  $g(1) = \frac{2}{3}$  e si scrivano le equazioni delle normali a  $\Gamma$  nei punti in cui esso è tagliato dalla retta  $y = \frac{2}{3}$ .
- 4) Si denoti con  $R$  la regione che  $\Gamma$  delimita con l'asse  $x$  e sia  $W$  il solido che essa descrive nella rotazione completa attorno all'asse  $y$ . Si spieghi perchè il volume di  $W$  si può ottenere calcolando:

$$\int_0^3 (2\pi x) g(x) dx$$

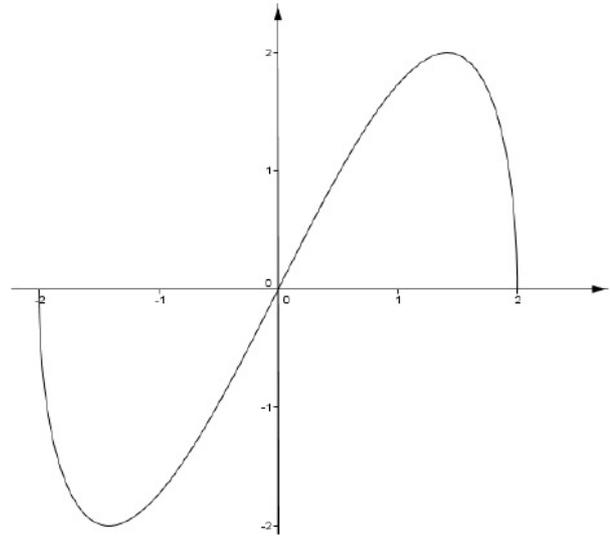
Supposte fissate in decimetri le unità di misura del sistema monometrico Oxy, si dia la capacità in litri di  $W$ .

**PROBLEMA 2**

A lato è disegnato il grafico  $\Gamma$  della funzione

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

1. Si calcolino il massimo e il minimo assoluti di  $f(x)$ .
2. Si dica se l'origine  $O$  è centro di simmetria per  $\Gamma$  e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in  $O$  a  $\Gamma$  forma con la direzione positiva dell'asse  $x$ .



3. Si disegni la curva d'equazione  $y^2 = x^2(4-x^2)$  e si calcoli l'area della parte di piano da essa racchiusa.
4. Sia  $h(x) = \text{sen}(f(x))$  con  $0 \leq x \leq 2$ . Quanti sono i punti del grafico di  $h(x)$  di ordinata 1? Il grafico di  $h(x)$  presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di  $k$  l'equazione  $h(x) = k$  ha 4 soluzioni distinte?

**QUESTIONARIO**

1. Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di  $\alpha$ ?



2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.
3. Nello sviluppo di  $(2a^2 - 3b^3)^n$  compare il termine  $-1080 a^4 b^9$ . Qual è il valore di  $n$ ?
4. Un solido  $\Omega$  ha per base la regione  $R$  delimitata dal grafico di  $f(x) = e^{1/x}$  e dall'asse  $x$  sull'intervallo  $[-2, -1]$ . In ogni punto di  $R$  di ascissa  $x$ , l'altezza del solido è data da  $h(x) = \frac{1}{x^2}$ . Si calcoli il volume del solido.
5. Dei numeri 1,2,3.....6000, quanti non sono divisibili né per 2, né 3 né per 5?
6. Un'azienda commercializza il suo prodotto in lattine da 5 litri a forma di parallelepipedo a base quadrata. Le lattine hanno dimensioni tali da richiedere la minima quantità di latta per realizzarle. Quali sono le dimensioni, arrotondate ai mm, di una lattina?
7. Il valor medio della funzione  $f(x) = x^3$  sull'intervallo chiuso  $[0, k]$  è 9. Si determini  $k$ .
8. Del polinomio di quarto grado  $P(x)$  si sa che assume il suo massimo valore 3 per  $x = 2$  e  $x = 3$  e, ancora, che  $P(1) = 0$ . Si calcoli  $P(4)$ .
9. Si determini il dominio della funzione:

$$f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x+5)}$$

10. Si determinino i valori reali di  $x$  per cui:

$$\left(\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26)\right)^{x^2 - 6x + 1} = 1$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.