Sessione ordinaria 2008
Seconda prova scritta

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO INTERNAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1
Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si considerino i triangoli ABC con A(1, 0), B(3, 0) e C variabile sulla retta d'equazione y=2x.

1. Si provi che i punti (1, 2) e (3/5,6/5) corrispondono alle due sole posizioni di C per cui AC^B= π/4

2. Si determini l'equazione del luogo geometrico γ descritto, al variare di C, dall'ortocentro del triangolo ABC. Si tracci γ.

3. Si calcoli l'area Ω della parte di piano delimitata da γ e dalle tangenti a γ nei punti A e B.

4. Verificato che Ω=(3/2)(ln 3-1) si illustri una procedura numerica per il calcolo approssimato di ln 3.

PROBLEMA 2

Siano *f* e *g* le funzioni definite, per ogni x reale, da *f(x)=2^x* e $g(x)=x^2$

1. Si traccino i grafici di *f* e di *g* e si indichi con A la loro intersezione di ascissa negativa.

2. Si calcoli, con uno dei metodi di approssimazione numerica studiati, l'ascissa di A con due cifre decimali esatte.

3. Quanti e quali sono gli zeri della funzione $h(x)=2^x- x^2$? Si tracci il grafico di h

4. Si calcoli l'area racchiusa tra il grafico di *h* e l'asse x sull'intervallo [2, 4].

QUESTIONARIO

1. Siano dati un cono equilatero e la sfera in esso inscritta. Si scelga a caso un punto all'interno del cono. Si determini la probabilità che tale punto risulti esterno alla sfera.

2. Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che

$$sen\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

3. Un solido ha per base un cerchio di raggio 1. Ogni sezione del solido ottenuta con un piano perpendicolare ad un prefissato diametro è un triangolo equilatero. Si calcoli il volume del solido.

4. Si esponga la regola del marchese *de L'Hôpital* (1661 – 1704) e la si applichi per dimostrare che è:

$$\lim_{x \mapsto +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x} = 0$$

5. Nel piano riferito a coordinate cartesiane (x, y) si dica qual è l'insieme dei punti per i quali risulta: $y^2 - x^3 > 0$

6. I lati di un parallelepipedo rettangolo misurano 8, 9 e 12 cm. Si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'ampiezza dell'angolo che la diagonale mandata da un vertice fa con ciascuno dei tre spigoli concorrenti al vertice.

7. Perché è *geometria "non" euclidea*? Che cosa e come viene negato della geometria euclidea? Si illustri la questione con gli esempi che si ritengono più adeguati.

8. Sia *f* la funzione definita da $f(x) = \pi$ ^ $x - x$^ π . Si precisi il dominio di *f* e si stabilisca il segno delle sue derivate, prima e seconda, nel punto $\pi = x$.

9. In una classe composta da 12 maschi e 8 femmine, viene scelto a caso un gruppo di 8 studenti. Qual è la probabilità che, in tale gruppo, vi siano esattamente 4 studentesse?

10. Qual è l'equazione della curva simmetrica rispetto all'origine di $y = e$^$(-2x)$? Quale quella della curva simmetrica rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante?